

## Zwischen Ordnung und Chaos. Komplexität und Ästhetik aus physikalischer Sicht

Werner Ebeling<sup>1</sup>, Frank Schweitzer<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Institut für Physik der Humboldt-Universität Berlin,  
Invalidenstraße 110, 10115 Berlin

<sup>2</sup> Fraunhofer-Institut für Autonome Intelligente Systeme,  
Schloß Birlinghoven, 53754 Sankt Augustin

### 1. Eine Mathematik der Ästhetik?

Über die Frage, ob das menschliche Empfinden für das Schöne oder die Kunst sich in irgend einer Weise *quantitativ* fassen läßt, wird schon seit dem Altertum nachgedacht. Insbesondere in der Renaissance erlebten die Versuche, quantitative Kriterien für das Schöne zu entwickeln, eine Blütezeit – wir erinnern zum Beispiel an Albrecht Dürer oder Leonardo da Vinci. Trotzdem ist auch heute die Meinung weit verbreitet, daß Ästhetik auf der einen Seite und Mathematik/Naturwissenschaften auf der anderen Seite durchschnittsfremd sind. Andererseits sind aber Kunstwerke wie eine Bachfuge, ein Gemälde, ein Bauwerk oder eine Skulptur vor aller ästhetischer Bedeutung auch physikalische Objekte in ein, zwei oder drei Dimensionen. Es wäre natürlich naiv, anzunehmen, daß physikalische Charakteristika dieser Objekte wie Länge oder Masse eine *direkte* ästhetische Relevanz besäßen. Die Schönheit eines Gemäldes kann nicht anhand seiner Fläche ermittelt werden, auch wenn auf dem Flohmarkt häufig sein Preis danach bemessen wird. Statt dessen gibt es subtile Beziehungen zwischen der Komplexität eines Objektes und seiner ästhetischen Wirkung, die wir im folgenden unter Aspekten der Informationstheorie und der Komplexitätstheorie diskutieren wollen.

Am Anfang der Entwicklungen, die zu einer Verbindung von Informationstheorie und Ästhetik führten, standen die Arbeiten des Mathematikers G.D. Birkhoff "A Mathematical Approach to Aesthetics" (1931) und "A Mathematical Theory of Aesthetics" (1932), wobei in der zweiten Arbeit vor allem die Ästhetik musikalischer Kompositionen im Mittelpunkt steht. "Für Birkhoff ist das Fundamentalproblem der ästhetischen Wahrnehmung sehr eng gefaßt: Man untersuche alle 'auffindbaren ästhetischen Faktoren' einer Klasse (ästhetischer) Objekte und lege die (relative) Bedeutung dieser Invarianten dadurch fest, daß man ihnen gewisse Zahlenwerte zuordnet. (...) Das Problem liegt im Auffinden und Definieren geeigneter ästhetischer Faktoren. In der Birkhoffschen Theorie können

nur solche Invarianzen berücksichtigt werden, die sich auf die Form der (ästhetischen) Objekte in einem allgemeinen Sinne beziehen." (Gunzenhäuser, 1975)

Für Birkhoff ist das ästhetische Empfinden bei der Wahrnehmung von Objekten bestimmt durch drei Größen, die er als Ordnung  $O$ , Komplexität  $C$  und ästhetisches Maß  $M$  bezeichnet. Die Komplexität  $C$  ist ein Maß für die "Gesamtheit der Merkmale des wahrgenommenen Objektes". In der sinnlichen Wahrnehmung wird diese Komplexität erfahrbar als Anstrengung der Sinnestätigkeit des Betrachters. Numerisch wird  $C$  bestimmt durch die Zeichenmenge, aus der das Objekt besteht, also bei gesprochenen Gedichten aus der Zahl der Silben bzw. Phoneme, beim Hören von Musik durch die Zahl der Töne usw.  $O$  repräsentiert die (mehr oder weniger verborgene) *Ordnung eines Objektes*, die für Birkhoff als notwendige Bedingung für das Auftreten eines "Gefühls des Gefallens am ästhetischen Objekt" angesehen wird. Diese Ordnung wird durch verschiedene Ordnungen in graphischen Objekten, oder Reime bei Gedichten, ausgedrückt.

Unter der Annahme, daß  $M$ ,  $O$  und  $C$  meßbare Größen seien, postuliert Birkhoff das ästhetische Maß  $M$  formal als Quotienten von  $O$  und  $C$ :  $M = O/C$ . Nach Birkhoff reduziert die Komplexität das ästhetische Maß, während es durch Ordnung erhöht wird. Weiterhin wird deutlich, daß es für ein bestimmtes ästhetisches Maß eine Fülle von Realisierungsmöglichkeiten hinsichtlich der Komplexität gibt.

## 2. Entropie als Ordnungsmaß

Vor der Anwendung des ästhetischen Maßes  $M = O/C$  stellt sich vor allem die Frage, wie die beiden zentralen Begriffe *Ordnung* ( $O$ ) und *Komplexität* ( $C$ ) quantitativ faßbar sind. Birkhoff selbst hat sein ästhetisches Maß unter anderem auf einfache geometrische Objekte (z.B. Vasenformen) angewandt, wo  $O$  und  $C$  durch Symmetrien charakterisiert werden. In Bereichen, die mit klar gegliederten geometrischen Formen zu tun haben, wie etwa der Architektur, hat sich dieses Maß in der Folgezeit auch als anregend erwiesen. Es stellt sich allerdings das Problem, wie Ordnung und Komplexität bei solchen Objekten quantifiziert werden können, die keineswegs mehr durch einfache geometrische Relationen beschreibbar sind, beispielsweise Texte oder Musikstücke. Hier kommt uns die Physik zu Hilfe, die mit der *Entropie* ein fundamentales Maß zur Verfügung stellt, um (Un)Ordnung und, wie wir sehen werden, auch Komplexität zu charakterisieren.

Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik ist die Entropie eine Zustandsgröße, die in einem abgeschlossenen System solange ansteigt, bis der Maximalwert erreicht ist. Dieser Gleichgewichtswert entspricht einem Systemzustand mit der größten molekularen Unordnung. Der Abstand von diesem Gleichgewichtswert kann somit (für abgeschlossene Systeme) als ein Maß der im System vorhandenen Ordnung angesehen werden. In der statistischen Interpretation der Entropie, die erstmals von Boltzmann vorgenommen wurde, ist die Entropie gleichfalls ein Maß für die Wahrscheinlichkeit bzw. Unwahrscheinlichkeit für das Auftreten von Ordnungs- und Unordnungszuständen. Die größte Wahrscheinlichkeit haben danach Zustände maximaler Unordnung (maximaler Entropie), während

Zustände, die mit der Herausbildung eines Ordnungszustandes, also einer Verminderung der Entropie verbunden sind, nur eine vergleichsweise geringe Wahrscheinlichkeit haben und deshalb auch nicht spontan ablaufen.

Eng verwandt mit der statistischen Entropie ist die *Informationsentropie*, die ein Maß für die Unbestimmtheit in einem System darstellt – oder anders ausgedrückt, ein Maß für die Information, die man benötigen würde, um den Zustand eines Systems vollständig zu beschreiben. Unter bestimmten Umständen läßt sich eine Äquivalenz von statistischer und Informationsentropie zeigen, das heißt, ein Zusammenhang zwischen *Ordnung* und *Information*, der insbesondere auch für Fragen der *Vorhersagbarkeit* eine große Rolle spielt.

Dieses informationstheoretische Entropie-Konzept wurde von Shannon entwickelt, der es bereits in seiner fundamentalen Arbeit "Prediction und Entropy of Printed English" (1951) auf literarische Produktionen anwandte, in denen er die Abfolge von Buchstaben analysierte. Diese Untersuchungen wurden von Wilhelm Fucks in den 1950er und 1960er Jahren zu einer mathematischen Analyse von Sprachen, Sprachelementen und Sprachstil sowie zu einer Analyse von Formalstrukturen der Musik erweitert. Dazu hat Fucks bereits 1953 die Entropie als ein quantitatives Maß für die Stilcharakteristik in die Ästhetik eingeführt: "Wenn man erst einmal ein Kunstwerk als geordnete Elementenmenge begriffen hat, ist es naheliegend, den Ordnungsgrad der Menge der Elemente formal genauso zu berechnen, wie man in der Physik Entropien berechnet." – wobei er sich ausschließlich auf die Shannonsche Informationsentropie stützte.

Auch der Philosoph Max Bense hat bei seiner Begründung einer "exakten Ästhetik" bereits 1956 auf die Beziehung zwischen der thermodynamischen Entropie und dem ästhetischen Prozeß hingewiesen. Bei letzterem "entsteht aus dem Chaos der stochastischen Verteilung der Zeichenelemente eine Zeichenordnung". Der damit verbundene Ordnungsgewinn läßt sich durch eine Abnahme der Entropie ausdrücken und wird bei Bense mit dem Begriff der *Redundanz*  $R$  beschrieben, während die Komplexität durch die Shannonsche Informationsentropie ausgedrückt wird. Damit lassen sich für das ästhetische Maß  $M = O/C$  zwei Grenzfälle diskutieren (vgl. auch Abb. 1): (1) *Ordnung*: In diesem Fall wird die als Ordnungsmaß verwendete Redundanz maximal, während die als Komplexitätsmaß verwendete Informationsentropie minimal wird, und  $M$  erreicht ein Maximum. (2) *Chaos*: In diesem Fall wird das Ordnungsmaß, die Redundanz, minimal, während die Komplexität, die Informationsentropie, maximal wird; entsprechend hat  $M$  ein Minimum. Die Bewertung ästhetischer Wahrnehmungsprozesse bewegt sich also stets zwischen *Ordnung* und *Chaos*.

### 3. Entropie als Komplexitätsmaß

Wie Abb. 1 verdeutlicht, werden durch Birkhoffs ästhetisches Maß Ordnungszustände eindeutig ästhetisch höher bewertet, sofern man als Ordnungsmaß die Entropiedifferenz und als Komplexitätsmaß die Informationsentropie ansetzt. Dies wird aber durch empirische Untersuchungen *so*

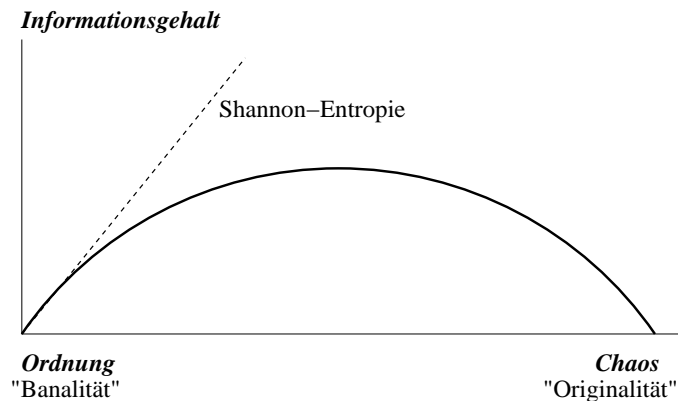


Abbildung 1: Informationsgrad zwischen Ordnung (Banalität) und Chaos (Originalität)

nicht bestätigt. A.A. Moles (1966) hat darauf hingewiesen, daß jede Botschaft, auch die ästhetische, eingeschlossen ist zwischen den Fällen *perfekte Originalität*, die nur mit einer gänzlich unvorhersehbaren und praktisch unverständlichen Zeichenfolge erreicht wird – dies entspricht dem *Chaos*-Grenzfall in der obigen Unterscheidung – und *perfekte Banalität*, die aus der vollständigen Redundanz der Botschaft entsteht und nichts Neues für den Empfänger bringt – dies entspricht dem Grenzfall der *Ordnung*. Allerdings wird bei Moles der Grenzfall der *Banalität* oder *Ordnung* aufgrund des zu geringen Neuigkeitswertes ebenso niedrig bewertet wie der Grenzfall der perfekten *Originalität* bzw. des *Chaos* (vgl. dazu Abb. 1). Nur *zwischen* diesen beiden Polen, das heißt, wenn es dem Betrachter ermöglicht wird, durch ein Mindestmaß an Strukturierung die dargebotene Information auch auszuschöpfen, nimmt der ästhetische Wert ein Maximum an.

Die Konsequenz dieser Betrachtung lautet also: das Ästhetische, das Schöne findet sich auf der Grenze zwischen Ordnung und Chaos. Um auch ein Maximum des ästhetischen Maßes  $M$  in diesem Bereich zu finden, muß man allerdings ein anderes Komplexitätsmaß als die Shannonsche Informationsentropie verwenden, denn diese hat ja wie die Boltzmannsche Entropie ihr Maximum bei der totalen Unordnung. Damit stellt sich die Frage nach geeigneten Komplexitätsmaßen bzw. nach dem Begriff der Komplexität überhaupt.

Das Wort *komplex* entstammt dem Lateinischen und bedeutet soviel wie *Zusammengefaßtes* oder *Gesamtheit* – komplexe Systeme sind also Systeme aus vielen Einzelementen, die gemeinsam die reichhaltigen Eigenschaften des jeweiligen Gesamtsystems hervorbringen. Im Rahmen einer *qualitativen* Bestimmung kann man Systeme als komplex bezeichnen, wenn sie Ordnungsrelationen (oder langreichweitige Korrelationen) auf vielen (räumlichen und zeitlichen) Skalen aufweisen. Die Einsichten der modernen Naturwissenschaften haben in den vergangenen zwei Jahrzehnten zu einem fast inflationär gesteigerten Interesse an komplexen Systemen und am Begriff der *Komplexität* geführt. Nach intensiven Bemühungen bildet sich allerdings die Einsicht heraus, daß es ein *eindeutiges* und auf alle Systeme anwendbares Maß für Komplexität nicht gibt.

In unseren eigenen Untersuchungen haben wir uns daher vor allem auf mögliche Erweiterungen des Konzeptes der Informationsentropie zur Charakterisierung von komplexen Strukturen konzentriert. Diese als Entropien höherer Ordnung, bedingte Entropien oder dynamische Entropien bezeichneten Größen messen, ähnlich wie die Informationsentropie, die Unsicherheit bei der Vorhersage des "nächsten Schrittes", also des nächsten Buchstaben in einem Text oder der nächsten Note in einem Musikstück, allerdings unter Berücksichtigung der "Vorgeschichte". Würden sich ein Text oder eine Melodie irgendwann wiederholen, dann könnte aus der Vorgeschichte der weitere Verlauf des Geschehens erschlossen werden, die Unsicherheit wäre also Null – genau wie im Zustand der perfekten Ordnung. Der andere Grenzfall wären ein Text oder eine Melodie, die keinerlei Strukturen aufweisen, wo der nächste Buchstabe oder die nächste Note völlig zufällig auftaucht. In diesem chaotischen Regime wäre die Unsicherheit der Vorhersage immer konstant hoch.

Unsere Untersuchungen der bedingten Entropien von "natürlichen" Sequenzen, zum Beispiel literarischen Texten, haben aber gezeigt, daß diese strukturell gerade so aufgebaut, daß sie weder vollkommen chaotisch, noch vollkommen periodisch sind. Natürliche Sequenzen liegen also in der Abfolge ihrer "Buchstaben" *auf der Grenze zwischen Ordnung und Chaos*, mit anderen Worten zwischen Redundanz und Neuigkeit. Die strukturelle Information dieser natürlichen Sequenzen ist durch *langreichweitige Korrelationen* gekennzeichnet, das heißt, es sind noch Beziehungen zwischen "Buchstaben" nachweisbar, die an voneinander entfernten Stellen innerhalb der Sequenz stehen. Dies spiegelt sich in einer langsamen, potenzgesetzartigen Abnahme der bedingten Entropien wider.

Aus dem Verlauf der bedingten Entropien läßt sich dann ein spezielles Komplexitätsmaß ableiten, das als *effektive Komplexität* bezeichnet wird – und das für natürliche Sequenzen, also auf der Grenze zwischen Ordnung und Chaos, einen entsprechend hohen Wert hat. Die Entropie hat sich damit unter bestimmten Verallgemeinerungen auch als ein Maß zur Charakterisierung komplexer Strukturen bewährt.

#### 4. Fazit

Schon Birkhoff hatte die Auffassung, daß ein Kunstwerk nur dann schön ist, wenn es weder regulär und vorhersagbar noch zu sehr mit Überraschungen versehen ist. Unser Konzept der *dynamischen Entropie* erweist sich, wie wir gezeigt haben, als ein geeignetes Instrument zur Quantifizierung dieser Aussage, denn es konzentriert sich auf eben dieses Verhältnis von Vorhersagbarkeit (bereits bekannter Strukturen) und Überraschungseffekt (beim Auftauchen neuer Strukturen). Durch die dynamische Entropie wird gerade die Unsicherheit bei der schrittweisen Voraussage beschrieben - oder anders ausgedrückt: Die dynamische Entropie gibt an, was es beim nächstfolgenden (Wahrnehmungs-)Schritt an Neuem, Unerwarteten zu entdecken gibt bzw. wieviel etwa schon als bekannt vorausgesetzt werden darf. Sie quantifiziert damit gewissermaßen den bekannten *Deja-vu*-Effekt und mißt dem *dynamischen Prozeß der Perzeption* große Bedeutung bei.

Entscheidend für die "Wirkung" eines Objektes ist also das optimale Verhältnis von Bekanntem und Unbekanntem, Altem und Neuem, von Gewohnheit und Überraschung. Das Schöne ist in diesem Sinne nicht eine Eigenschaft der Objekte an sich, sondern eine *binäre Relation* zwischen wahrgenommenem Objekt und wahrnehmendem Subjekt. Einer Reduktion des Ästhetischen auf rein quantitative Aspekte auf der einen Seite steht also auf der anderen Seite die subjektive Wahrnehmung und Wertung durch das Individuum entgegen, für welche im Rahmen naturwissenschaftlicher Theorien bestenfalls Randbedingungen angegeben werden können.

## Literatur

- Friedrich Cramer, Wolfgang Kaempfer: *Die Natur der Schönheit. Zur Dynamik der schönen Formen*, Frankfurt aM: Insel, 1992
- Werner Ebeling, Rainer Feistel: *Chaos und Kosmos - Prinzipien der Evolution*, Heidelberg: Spektrum 1994
- Werner Ebeling, Jan Freund, Frank Schweitzer: *Komplexe Strukturen, Entropie und Information*, Stuttgart: Teubner, 1998
- Uwe Niedersen, Frank Schweitzer (Hrsg.): *Ästhetik und Selbstorganisation*. (Selbstorganisation. Jahrbuch für Komplexität in den Natur-, Sozial- und Geisteswissenschaften, Bd. 4), Duncker & Humblot: 1993